



Zuordnungen

Nach den Sommerferien zu Beginn des neuen Schuljahres kannst du in der Schule auf einem Aushang ablesen, wo die einzelnen Klassen zu finden sind. Jeder Klasse wird ein Klassenraum zugewiesen oder, wie es in der Mathematik heißt, **zugeordnet**.

Solche **Zuordnungen** begegnen uns aber nicht nur in der Schule. So wird z.B. bei einem Fußballclub jedem Spieler eine Rückennummer zugeordnet oder auf einer Speisekarte wird jeder Speise ihr Preis zugeordnet.

Weitere Beispiele für Zuordnungen im Alltag findest du leicht.

1.1 Zuordnungen in der Erfahrungswelt

Wenn du dich in deiner Schule umschaust, findest du weitere Beispiele für Zuordnungen, die mithilfe von **Tabellen** dargestellt werden.

Beispiel 1 (Waagerechte Tabelle)

In einer Schule ist jeder Klasse ein(e) Klassenlehrer(in) zugeordnet.

So gilt z.B.:

Klasse	7 a	7 b	7 c	7 d
Lehrer	Frau Lieb	Herr Nett	Frau Schön	Herr Gut

Wir stellen fest, dass in einer Zuordnung **zwei Mengen** auftreten. Die **Ausgangsmenge** enthält die **Ausgangswerte**. Ihnen werden die **Zielwerte** zugeordnet.

Diese werden in der **Zielmenge** zusammengefasst.

In der obigen Tabelle sind die Klassen die Ausgangswerte und die Lehrer(innen) sind die Zielwerte.

Definition 1.1 (Zuordnung)

Wenn zwei Mengen A und B gegeben sind und **jedem** Element von A **genau ein** Element von B zugeordnet ist, so wird damit eine **Zuordnung von der Menge A in die Menge B** erklärt.

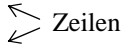

Wir schreiben kurz: $A \rightarrow B$ (lies: Zuordnung von A in B).

Die Menge A heißt **Ausgangsmenge**, sie enthält die **Ausgangswerte**.

Die Menge B heißt **Zielmenge**, sie enthält die **Zielwerte**.

Wie du gesehen hast, kann man Zuordnungen in Tabellenform darstellen. Diese Tabellen heißen **Zuordnungstabellen**.

Es gibt sie, wie in Beispiel 1, in **waagerechter Form**: Sie haben dann zwei **Zeilen** und eine **Eingangsspalte**.

Ausgangsmenge	Ausgangswerte	 Zeilen
Zielmenge	Zielwerte	
 Eingangsspalte		

In der ersten Zeile stehen die **Ausgangswerte**. Ihnen werden die **Zielwerte** zugeordnet. Diese stehen in der zweiten Zeile.

Oft werden Zuordnungen auch in **senkrechten Tabellen** dargestellt. Diese bestehen aus einer **Kopfzeile** und zwei Spalten.

Ausgangsmenge	Zielmenge
Ausgangswerte	Zielwerte

Die Ausgangswerte stehen dann in der linken Spalte, die Zielwerte in der rechten.

Beispiel 2 (Senkrechte Tabelle)

Klasse	Lehrer (in)	← Kopfzeile
7 a	Frau Lieb	
7 b	Herr Nett	
7 c	Frau Schön	
7 d	Herr Gut	



Beide Tabellenformen, senkrecht oder waagrecht, sind gleichwertig. Von Fall zu Fall ist aber eine senkrechte oder eine waagerechte Tabelle geeigneter.

Eine weitere Möglichkeit, Zuordnungen darzustellen, sind **Pfeilbilder**.

Dazu werden die Ausgangsmenge und die Zielmenge durch Mengendiagramme dargestellt und dann wird mit Pfeilen verdeutlicht, welchem Ausgangswert welcher Zielwert zugeordnet wird.

Beispiel 3 (Pfeilbild)

So könnte man z.B. einen Auszug aus der Speisekarte einer Pizzeria als Pfeilbild darstellen:

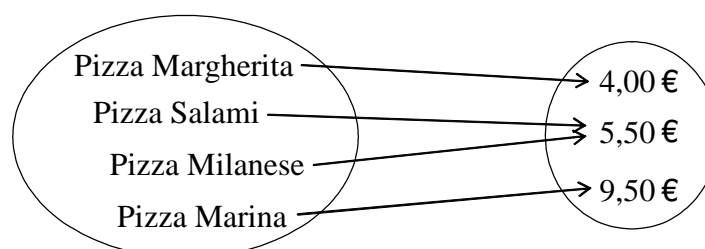


Bild 1.1

1.2 Zuordnungen zwischen Zahlenmengen

Wie du im vorherigen Abschnitt erfahren hast, kommen Zuordnungen in vielen verschiedenen Lebensbereichen vor. In der Mathematik beschäftigen wir uns besonders mit Zuordnungen zwischen Zahlenmengen.

Beispiel 1 (Pfeilbild und Tabelle)

Wir betrachten die Zuordnung

„Jeder Zahl kleiner 5 wird ihr Doppeltes zugeordnet.“

Es handelt sich dabei um eine Zuordnung der Form $A \rightarrow B$.

$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ist die Ausgangsmenge und $B = \mathbb{N}$ die Zielmenge.

Bild 1.2 zeigt das Pfeilbild der Zuordnung.

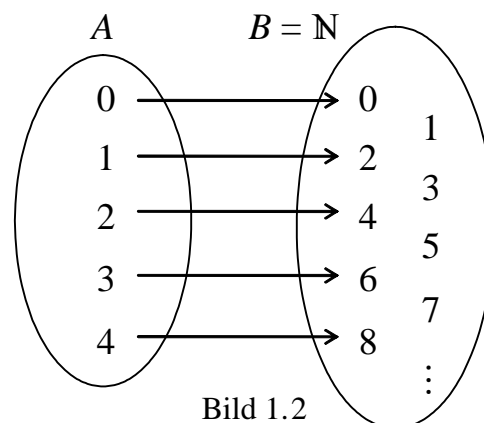


Bild 1.2

Die Zuordnungstabelle dazu ist:

Ausgangswert	0	1	2	3	4
Zielwert	0	2	4	6	8

Der Tabelle entnehmen wir: Der Zahl 0 wird die Zahl 0 zugeordnet, der Zahl 1 wird die Zahl 2 zugeordnet usw.

Wir schreiben kurz: $0 \mapsto 0$ (lies: 0 wird zugeordnet 0), $1 \mapsto 2$, $2 \mapsto 4$ usw.

Weiterhin sehen wir, dass nicht alle Zahlen aus der Zielmenge auch tatsächlich Zielwerte sind, aber jede Zahl der Ausgangsmenge ist auch Ausgangswert.

Merke

Bei Zuordnungen benutzen wir zwei verschiedene Pfeile: \rightarrow und \mapsto .

Der Pfeil \rightarrow steht zwischen Mengen: $A \rightarrow B$

(lies: Zuordnung von A in B).

Der Pfeil \mapsto steht zwischen Elementen: $1 \mapsto 2$

(lies: 1 wird zugeordnet 2 oder der Zahl 1 ist die Zahl 2 zugeordnet).

Beispiel 2 (Zuordnung)

Gegeben ist die Zuordnung

„Jeder Zahl von 0 bis 11 wird ihre Quadratzahl zugeordnet.“

Hier gilt: $0 \mapsto 0$ $1 \mapsto 1$ $2 \mapsto 4$ $3 \mapsto 9$

$4 \mapsto 16$ $5 \mapsto 25$ $6 \mapsto 36$ $7 \mapsto 49$

$8 \mapsto 64$ $9 \mapsto 81$ $10 \mapsto 100$ $11 \mapsto 121$

1.3 Zuordnungsvorschriften

Bisher haben wir Zuordnungen in sprachlicher Form, als Tabelle oder als Pfeilbild kennen gelernt. Zuordnungen zwischen Zahlenmengen können auch mit **mathematischen Symbolen** beschrieben werden.

Wir betrachten dazu die Zuordnung

„Jeder natürlichen Zahl wird ihr Nachfolger zugeordnet.“

Dies ist eine Zuordnung der Form $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, also eine Zuordnung zwischen Zahlenmengen. Zu dieser Zuordnung gehört die folgende Zuordnungstabelle:

Ausgangswert	0	1	2	3	4	...	x
Zielwert	1	2	3	4	5	...	$x + 1$

↑

Setzt man in einer freien Spalte der Tabelle für die Zahl, der etwas zugeordnet wird, den **Platzhalter** oder die **Variable** x , so kann der zugeordnete Nachfolger mit dem Ausdruck $x + 1$ formal beschrieben werden.

Statt „Jeder natürlichen Zahl wird ihr Nachfolger zugeordnet.“ kann man somit auch kurz schreiben:

$$x \mapsto x + 1 \text{ (lies: } x \text{ wird zugeordnet } x + 1 \text{).}$$

Die Darstellung $x \mapsto x + 1$ heißt **Zuordnungsvorschrift**.

Beispiel (Zuordnungsvorschrift)

- Statt „Jeder Zahl wird ihr Doppeltes zugeordnet.“ schreiben wir kurz die Zuordnungsvorschrift: $x \mapsto 2x$.
- Statt „Jeder Zahl wird die um 3 größere Zahl zugeordnet.“ schreiben wir kurz die Zuordnungsvorschrift: $x \mapsto x + 3$.

Merke

Zuordnungen zwischen Zahlenmengen können auch durch **formale Zuordnungsvorschriften** dargestellt werden.

Für den Ausgangswert, also die Zahl, der zugeordnet wird, setzt man den **Platzhalter** oder die **Variable** x .

Die Zahl, die zugeordnet wird, also den Zielwert, beschreibt man durch einen **Term** T , in dem die Variable x vorkommt.

Man schreibt kurz:

$x \mapsto T$ und liest: „ x wird zugeordnet T “, z.B. $x \mapsto x + 4$; hier ist $T = x + 4$.

Für die Zahl, die zugeordnet wird, wird auch oft die Variable y gesetzt.

1.4 Graphen von Zuordnungen

Beispiel (Graph einer Zuordnung)

Die Stadtwerke bieten einen Stromtarif mit 5,00 € im Monat Grundgebühr und einem Arbeitspreis von 25 Cent pro Einheit, gemessen in kWh (Kilowattstunde), an.

- a) Wir berechnen die Kosten, wenn im Rechnungsmonat
- 200 Einheiten anfallen: $5,00 \text{ €} + 200 \cdot 0,25 \text{ €} = 4,00 \text{ €} + 50 \text{ €} = 55,00 \text{ €}$,
 - 500 Einheiten anfallen: $5,00 \text{ €} + 500 \cdot 0,25 \text{ €} = 5,00 \text{ €} + 125 \text{ €} = 130,00 \text{ €}$.
- b) Die Zuordnung *Anzahl der Tarifeinheiten* \rightarrow *Monatliche Telefonkosten* hat die **Zuordnungsvorschrift**: $x \mapsto 5,00 \text{ €} + x \cdot 0,25 \text{ €}$ mit $x \in \mathbb{N}$.
- c) Mithilfe der Zuordnungsvorschrift lassen sich leicht für weitere Einheitenzahlen die zugehörigen Kosten berechnen. Die folgende **Zuordnungstabelle** enthält einige Ergebnisse:

Einheiten	50	100	150	200	300
Kosten	17,50 €	30,00 €	42,50 €	55,00 €	80,00 €

- d) Wir stellen die bisherigen Ergebnisse als Punkte in einem geeigneten Koordinatensystem dar.

Durch weitere Berechnungen erhalten wir noch mehr Punkte des Schaubilds, die alle auf einer Halbgeraden liegen, deren Anfangspunkt auf der Kosten-Achse liegt.

Zeichnen wir zu jeder möglichen Einheitenzahl den entsprechenden Punkt in das Koordinatensystem, so verdichten sich bei der gewählten Einheit des Koordinatensystems die Punkte auf der Halbgeraden so sehr, dass wir schließlich als **Graph (Schaubild) der Zuordnung** die Halbgerade selbst zeichnen können.

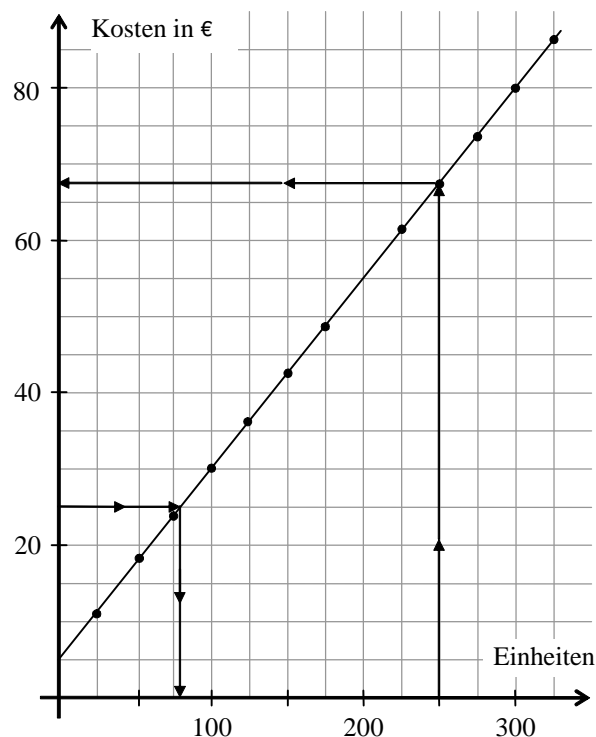


Bild 1.3

- e) Aus dem Graphen (je nach Genauigkeit) lässt sich dann ablesen, dass z.B.
- bei 250 Tarifeinheiten die monatlichen Kosten etwa 67 € betragen,
 - bei monatlichen Kosten von 25,00 € etwa 80 Tarifeinheiten anfallen.