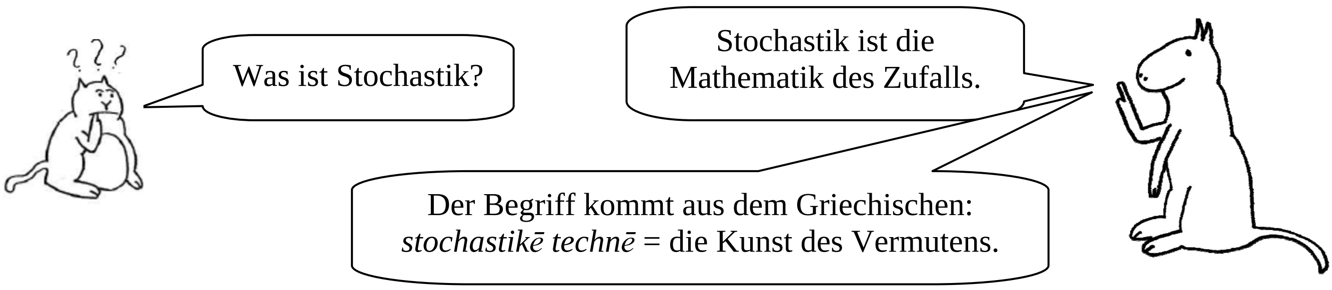
7

# Einführung in die Stochastik




**1. Wie der Zufall es will …**

Emil, Nora und Paul werfen zwei Münzen. Emil gewinnt, wenn beide Münzen Zahl zeigen; Nora gewinnt, wenn die Münzen unterschiedliche Seiten zeigen; Paul gewinnt, wenn beide Münzen Wappen zeigen.

| | | |
|---|---|---|
|  Emil gewinnt. |  Nora gewinnt. |  Paul gewinnt. |

a) Was meinst du: Haben Emil, Nora und Paul gleiche Chancen zu gewinnen?

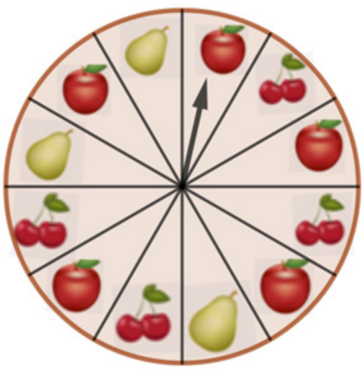
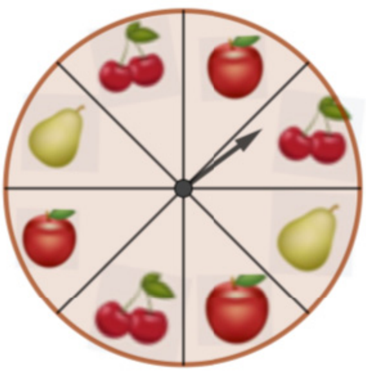
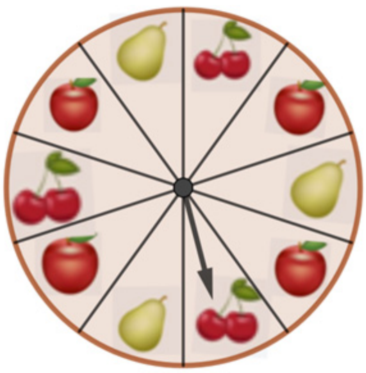
b) Führe das Spiel 30-mal durch und notiere die Ergebnisse in einer **Strichliste**.

| | |
|---|---|
| Emil gewinnt. | |
| Nora gewinnt. | |
| Paul gewinnt. | |

c) Vergleiche den Ausgang der Versuchsreihe mit deiner Vermutung.

**2. Schulfest-Glücksräder** (Klasse 5, S. 205)

Peter isst am liebsten Äpfel.
Welches Glücksrad sollte er drehen, damit er die größte Chance hat, einen Apfel zu erhalten?

| Glücksrad 1 | Glücksrad 2 | Glücksrad 3 |
|---|---|---|
|  |  |  |

# Zufallsexperimente

**3. Einfache Zufallsexperimente**

Fülle die Lücken aus und mache Aussagen über die Eintrittschancen der einzelnen Ergebnisse.

a) Werfen einer Münze


Mögliche Ergebnisse:

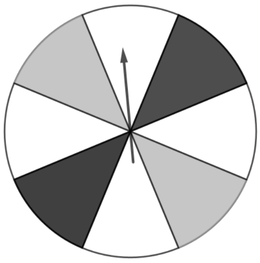
w = Wappen liegt oben

z =

Menge der möglichen Ergebnisse:

$\Omega = \{w, z\}$


b) Drehen eines Glücksrades



Mögliche Ergebnisse:

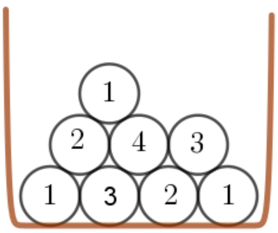
g = Der Zeiger bleibt in einem grauen Feld stehen.

s =

w =

Menge der möglichen Ergebnisse: $\Omega$ =

c) Ziehen aus einer Urne




Mögliche Ergebnisse:

1 =

2 =

Menge der möglichen Ergebnisse:

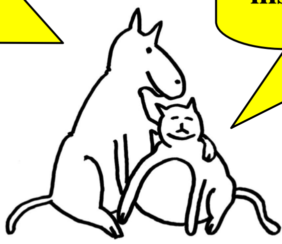
d) Werfen eines Würfels

Mögliche Ergebnisse:

Menge der möglichen Ergebnisse:

Merkmale eines **Zufallsexperiments (ZE)**.

1. Es kann unter gleichen Bedingungen wiederholt werden.
2. Es sind mindestens zwei Ergebnisse möglich.
3. Das Ergebnis eines Versuchs kann nicht vorhergesagt werden.



Die möglichen Ergebnisse fassen wir in der **Ergebnismenge $\Omega$** zusammen.

**4.** Gib bei folgenden Zufallsexperimenten die möglichen Ergebnisse an. Wähle für die Ergebnisse zweckmäßige Kurzbezeichnungen und bilde die Ergebnismengen.

a) Werfen eines Würfels und Feststellen, ob die Sechs fällt.

Ergebnismenge:

6: Sechs fällt
$\overline{6}$: Sechs fällt nicht

b) Werfen eines Würfels und Feststellen, ob die Augenzahl gerade ist.

c) Werfen eines Würfels und Feststellen, ob die Augenzahl größer als 4 ist.

d) Werfen zweier Würfel und Feststellen der Augensumme.

**5. Ziehen einer Karte**

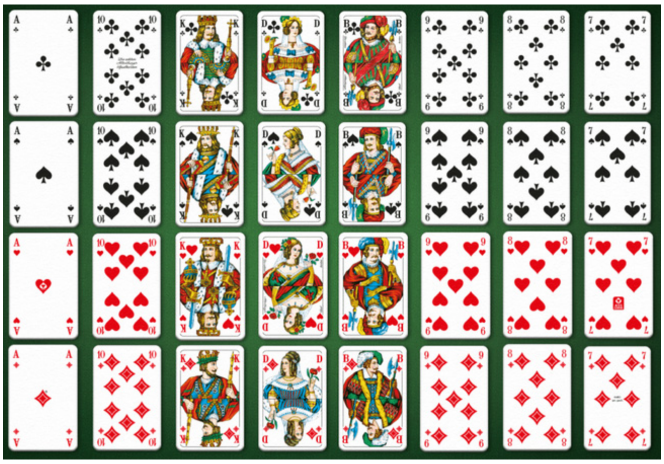
Gib jeweils die Ergebnismenge an.

Du ziehst aus einem Kartenspiel (32 Karten) eine Karte und stellst …

a) … den Kartenwert (z. B. Zehner, Ass, Dame, …) fest,

b) … die Farbe (Kreuz, Pik, Herz, Karo) fest,

c) … fest, ob du ein Bild (Bube, Dame, König) gezogen hast.




## Teilmengen

Betrachte die Menge $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

a) Begründe: Die Menge $A = \{1, 3, 5\}$ ist Teilmenge von $\Omega$, die Menge $B = \{0, 2, 4, 6\}$ aber nicht.

b) Begründe: Die leere Menge $\{\ \}$ ist Teilmenge von $\Omega$ und $\Omega$ ist Teilmenge von sich selbst.

c) $\Omega$ hat 64 Teilmengen. Es ist zu mühselig, sie alle aufzuschreiben. Schreibe alle einelementigen und 2-elementigen Teilmengen auf und von den 3-, 4- und 5-elementigen Teilmengen wenigstens eine.

# Auswerten von Zufallsexperimenten

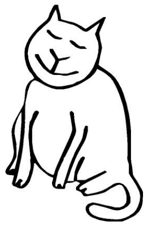
**6.** ZE: Eine Schachtel enthält zehn gleich große Legosteine: 1 blauen, 4 gelbe und 5 rote. Du ziehst einen Stein und stellst seine Farbe fest.
Ergebnismenge: $\Omega = \{ b, g, r \}$.

a) Stell dir vor, du führst das Experiment 100-mal durch.

Wie häufig, erwartest du, treten die einzelnen Ergebnisse auf ?

b) Silvester hat das Experiment 100-mal durchgeführt und in einer Strichliste festgehalten, wie oft die einzelnen Ergebnisse aufgetreten sind.

| Ergebnis | | absolute Häufigkeit | relative Häufigkeit |
|---|---|---|---|
| b | 卌 卌 \|\| | | |
| g | 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 \|\| | | |
| r | 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 \| | | |
| | Summe | | |



- Trage in der Spalte „absolute Häufigkeit“ ein, wie oft in Silvesters Versuchsreihe die einzelnen Ergebnisse eingetreten sind.
- Berechne den Anteil der Versuche, bei denen der blaue Stein (ein gelber Stein, ein roter Stein) gezogen wurden. Trage die Anteile als Dezimalbrüche in der Spalte „relative Häufigkeit“ ein.

c) Wurzel hat das Experiment ebenfalls 100-mal durchgeführt und die folgende Strichliste erhalten. Werte Wurzels Strichliste wie in b) aus.

| Ergebnis | | absolute Häufigkeit | relative Häufigkeit |
|---|---|---|---|
| b | 卌 \|\|\|\| | | |
| g | 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 \|\|\|\| | | |
| r | 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 \|\| | | |
| | Summe | | |

d) Die Schüler der Klasse 7c haben das Experiment 750-mal durchgeführt.
Ergänze die Tabelle.

| Ergebnis | b | g | r | Summe |
|---|---|---|---|---|
| absolute Häufigkeit | 72 | 312 | 366 | |
| relative Häufigkeit | | | | |

e) Führe zu dem ZE selbst eine Versuchsreihe durch und werte sie aus.

Ein ZE wird $n$-mal durchgeführt.
Ein bestimmtes Ergebnis $\omega$ (kleines Omega) tritt dabei $z$-mal ein.

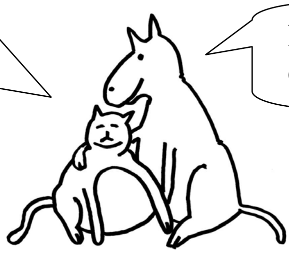
- $z$ heißt **absolute Häufigkeit** des Ergebnisses $\omega$ in der Versuchsreihe.
- $h = \frac{z}{n}$ heißt **relative Häufigkeit** des Ergebnisses $\omega$ in der Versuchsreihe.

**Beispiel**

Eine Münze wird 600-mal geworfen, dabei liegt 318-mal Zahl oben.

Das Ergebnis $z$ hat in der Versuchsreihe die relative Häufigkeit

$$h(z) = \frac{318}{600} = 0,53 = 53\% .$$



Relative Häufigkeiten werden oft in Prozent abgegeben.

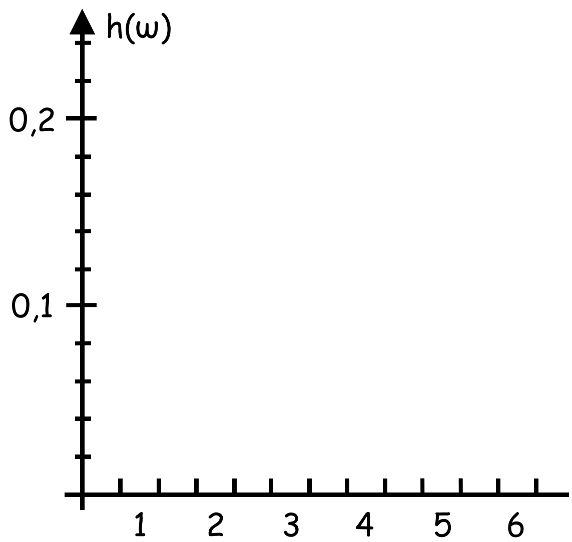
**7.** ZE: Werfen eines Würfels und Feststellen der Augenzahl.

Das ZE wird 100-mal durchgeführt, die Wurfergebnisse werden in einer **Urliste** notiert.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5 6 2 1 2 | 6 4 5 5 1 | 5 1 3 2 5 | 5 4 3 1 6 | 3 5 4 2 6 |
| 5 6 4 3 4 | 6 5 6 2 6 | 3 3 2 5 5 | 1 4 5 6 2 | 4 4 5 6 1 |
| 3 6 4 3 4 | 6 2 5 1 5 | 5 2 5 2 6 | 4 2 3 3 5 | 5 4 3 4 1 |
| 6 6 5 2 4 | 5 3 1 6 4 | 1 2 2 4 1 | 2 6 1 2 5 | 3 2 6 5 2 |

a) Berechne die relativen Häufigkeiten der einzelnen Augenzahlen in der Versuchsreihe und veranschauliche die **Häufigkeitsverteilung** im vorbereiteten **Säulendiagramm**.

| ω | h(ω) |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | |




b) Nimm Stellung zu folgender Aussage: „Wenn bei 12 aufeinanderfolgenden Würfen keine 6 fällt, dann ist der Würfel nicht in Ordnung“.