

## Basiswechsel

Logarithmen zu einer Basis  $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$  können auf jede andere Basis  $b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$  umgerechnet werden.

Für alle  $x \in \mathbb{R}^+$

- gilt einerseits:  $x = b^{\log_b(x)}$
- und andererseits:  $x = a^{\log_a(x)} = \underbrace{\left(b^{\log_b(a)}\right)^{\log_a(x)}}_{=a} = b^{\log_b(a) \cdot \log_a(x)}.$

Durch Vergleich der Exponenten erhält man:

$$\log_b(x) = \log_b(a) \cdot \log_a(x) \Leftrightarrow \log_a(x) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)}.$$

Logarithmen zu einer beliebigen Basis lassen sich nicht direkt mit dem Taschenrechner bestimmen. Für  $b = 10$  oder  $b = e$  können sie aber auf die Basis 10 bzw. auf die Basis e zurückgeführt und mithilfe der Tasten LOG bzw. LN des Taschenrechners berechnet werden:

$$\log_a(x) = \frac{\lg(x)}{\lg(a)} \quad \text{bzw.} \quad \log_a(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(a)},$$

dabei bedeuten  $\lg(x) := \log_{10}(x)$  den aus der Einführungsphase (Klasse 10) bekannten Zehnerlogarithmus und  $\ln(x) := \log_e(x)$  den aus Band III GOS, Abschnitt 6.4 bekannten Logarithmus zur Basis e (natürlicher Logarithmus).

### Basisumrechnung

Sei  $a, b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ . Dann gilt für alle  $x \in \mathbb{R}^+$ :  $\log_a(x) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)}.$

Insbesondere gilt

- für die Basis 10:  $\log_a(x) = \frac{\lg(x)}{\lg(a)},$
- für die Basis e:  $\log_a(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(a)}.$