

Lösungen Kapitel 4

4.1 Lineare Gleichungen

4.1.1 Grund- und Lösungsmengen

1. $x \cdot 12 = 30$; Lösung über \mathbb{Q} : $x = 2,5$
2. a) $L = \{ \quad \}$; $L = \{-3\}$ b) $L = \{ \quad \}$; $L = \{1,25\}$
c) $L = \{2\}$; $L = \{2\}$ d) $L = \{ \quad \}$; $L = \{-4\}$

4.1.2 Äquivalenzumformungen

3. a) $| - 26$ b) $| : 12$
c) $| \cdot (-3)$ d) $| - 2x$
e) $| + x$ f) $| + \frac{1}{2}x$
4. a) $x = 5$ b) $3x + 8 = 0$
c) $3x + 9 = 0$ d) $x = 1$

4.1.3 Überblick über die Äquivalenzumformungen

Äquivalenzumformungen durch Addition und Subtraktion

5. a) $L = \{6\}$ b) $L = \{-10\}$
c) $L = \{-11\}$ d) $L = \{46\}$
e) $L = \{-6\}$ f) $L = \{-70\}$
6. a) $L = \{6\}$ b) $L = \{-80\}$
7. a) $L = \{8\}$ b) $L = \{20\}$
c) $L = \{5\}$ d) $L = \{34\}$
e) $L = \{20\}$ f) $L = \{25\}$

Äquivalenzumformungen durch Division

8. a) $L = \{7\}$ b) $L = \{15\}$
c) $L = \{9\}$ d) $L = \{-24\}$
e) $L = \{19\}$ f) $L = \{-3\}$
9. a) $L = \{-7\}$ b) $L = \{2\}$
10. a) $L = \{-23\}$ b) $L = \{21\}$
c) $L = \{-11\}$ d) $L = \{0\}$
e) $L = \{-19\}$ f) $L = \{12\}$

Äquivalenzumformungen durch Multiplikation

11. a) $L = \{ 7 \}$ b) $L = \{ -27 \}$
c) $L = \{ -44 \}$ d) $L = \{ 48 \}$
e) $L = \{ -84 \}$ f) $L = \{ -0,5 \}$

4.1.4 Systematisches Lösen linearer Gleichungen

12. a) $x = 3$ b) $x = 4$
c) $x = 5$ d) $x = -5$
e) $x = 8$ f) $x = 10$
13. a) korrekt b) $x = -12$
c) $-4x = 14$ d) korrekt
e) $-x = 0$ f) $-x = 0$
14. a) $L = \{ 8 \}$ b) $L = \{ 9 \}$
15. a) $x = 3$ b) $x = 5$
c) $x = 0,4$ d) $x = 1$
e) $x = 8$ f) $x = 6$
g) $x = 3$ h) $x = 5,5$
16. a) $x = 3$
b) $x = 19$
c) $x = 2$
17. a) $L = \{ 1 \}$ b) $L = \{ 4 \}$
c) $L = \{ 3 \}$ d) $L = \{ -2 \}$
18. a) $L = \{ 25 \}$ b) $L = \{ 0 \}$
19. a) $L = \{ -3 \}$ b) $L = \{ 3 \}$
c) $L = \{ 4 \}$

4.1.5 Sonderfälle linearer Gleichungen

20. a) $L = \{ \quad \}$ b) $L = \mathbb{R}$
21. a) $L = \{ \quad \}$ b) $L = \{ \quad \}$
c) $L = \{ \quad \}$ d) $L = \{ 0 \}$
e) $L = \mathbb{R}$

Lösungen Kapitel 5

5.1 Lineare Gleichungen

- | | |
|------------------------------|---------------------------------|
| 1. a) $L = \{ 3 \}$ | b) $L = \{ -2 \}$ |
| c) $L = \{ -4 \}$ | d) $L = \{ 7 \}$ |
| e) $L = \{ \frac{1}{3} \}$ | f) $L = \{ -0,5 \}$ |
| 2. a) $L = \{ 0 ; 3 \}$ | b) $L = \{ -4 ; \frac{1}{2} \}$ |
| c) $L = \{ -3 ; 3 \}$ | d) $L = \{ -7 ; 0 \}$ |
| e) $L = \{ -0,5 ; 0 \}$ | e) $L = \{ -\frac{1}{4} ; 2 \}$ |
| g) $L = \{ 2 ; 3 \}$ | h) $L = \{ -7 ; 0 ; 2,5 \}$ |
| i) $L = \{ -8 ; -1 ; 1,5 \}$ | j) $L = \{ 0 \}$ |

5.2 Anwendung des Nullproduktsatzes zum Lösen quadratischer Gleichungen

5.2.1 Reinquadratische Gleichungen

- | | |
|---|--|
| 3. a) $x = -4 \vee x = 4$ | b) $x = -12 \vee x = 12$ |
| c) $x = -0,2 \vee x = 0,2$ | d) $x = -\frac{7}{17} \vee x = \frac{7}{17}$ |
| 4. a) $L = \{ -25 ; 25 \}$ | b) $L = \{ -1,3 ; 1,3 \}$ |
| c) $L = \{ -\frac{4}{3} ; \frac{4}{3} \}$ | d) $L = \{ -\frac{9}{11} ; \frac{9}{11} \}$ |
| e) $L = \{ \}$ | f) $L = \{ -\sqrt{5} ; \sqrt{5} \}$ |

5.2.2 Quadratische Gleichungen ohne Absolutglied

- | | |
|---------------------------|---------------------------------|
| 5. a) $x = 0 \vee x = -3$ | b) $x = 0 \vee x = 7$ |
| c) $x = 0 \vee x = 30$ | d) $x = 0 \vee x = -4$ |
| e) $x = 0 \vee x = 9$ | f) $x = 0 \vee x = \frac{5}{2}$ |
| 6. a) $x = 0 \vee x = 1$ | b) $x = 0 \vee x = 0,5$ |
| c) $x = 0 \vee x = -8$ | d) $x = 0 \vee x = 3$ |
| 7. a) $x = 0 \vee x = 3$ | b) $x = 0 \vee x = 14$ |
| c) $x = 0 \vee x = 10$ | |

5.2.3 Quadratische Gleichungen mit einer Lösung

- | | |
|-----------------|-------------|
| 8. a) $x = -10$ | b) $x = 7$ |
| c) $x = 3$ | d) $x = -1$ |

5.2.4 Lösung quadratischer Gleichungen unter Verwendung des Satzes von Vieta

9. a) $x = -4 \vee x = 6$ b) $x = -2 \vee x = 10$
 c) $x = 1 \vee x = 8$ d) $x = -2 \vee x = 5$
 e) $x = 4 \vee x = 5$ f) $x = -7 \vee x = 2$
 g) $x = -6 \vee x = -5$ h) $x = -6 \vee x = 7$
10. a) $x = -4 \vee x = 5$ b) $x = -11 \vee x = -1$
 c) $x = -3 \vee x = 4$ d) $x = -6 \vee x = -2$

11.

Lösungen $x_1 ; x_2$	Produktform $(x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$	Normalform $x^2 + px + q = 0$
2 ; -7	$(x + 7) \cdot (x - 2) = 0$	$x^2 + 5x - 14 = 0$
3 ; 6	$(x - 3) \cdot (x - 6) = 0$	$x^2 - 9x + 18 = 0$
5 ; -11	$(x - 5) \cdot (x + 11) = 0$	$x^2 + 6x - 55 = 0$
-3 ; -17	$(x + 3) \cdot (x + 17) = 0$	$x^2 + 20x + 57 = 0$
-4 ; 5	$(x + 4) \cdot (x - 5) = 0$	$x^2 - x - 20 = 0$
2 ; 6	$(x - 6) \cdot (x - 2) = 0$	$x^2 - 8x + 12 = 0$
-4 ; 8	$(x + 4) \cdot (x - 8) = 0$	$x^2 - 4x - 32 = 0$
1 ; 30	$(x - 1) \cdot (x - 30) = 0$	$x^2 - 31x + 30 = 0$
-10 ; -8	$(x + 10) \cdot (x + 8) = 0$	$x^2 + 18x + 80 = 0$

5.2.5 Vermischte Aufgaben zum Lösen quadratischer Gleichungen durch Faktorisieren

12. a) $x = 3 \vee x = 5$ b) $x = -2 \vee x = -1$
 c) $x = 0 \vee x = 8$ d) $x = 6$
 e) $x = -9 \vee x = 9$ f) $x = 4 \vee x = 5$
 g) $x = -1 \vee x = 12$ h) $x = 0 \vee x = 3$
 i) $x = -4$ j) $x = -15 \vee x = 15$
13. a) $x = -3 \vee x = 2$ b) $x = -1 \vee x = 1$
 c) $x = -4 \vee x = 4$

5.3 Allgemeine Lösungsverfahren für quadratische Gleichungen

5.3.1 Quadratische Ergänzung

- | | |
|---|--|
| 14. quadratische Ergänzung: 4^2 | Quadratschreibweise: $(x - 4)^2$ |
| quadratische Ergänzung: $0,8^2$ | Quadratschreibweise: $(x + 0,8)^2$ |
| quadratische Ergänzung: $(\frac{1}{2})^2$ | Quadratschreibweise: $(x - \frac{1}{2})^2$ |
| quadratische Ergänzung: $(\frac{1}{3})^2$ | Quadratschreibweise: $(x + \frac{1}{3})^2$ |
| quadratische Ergänzung: $(\frac{3}{8})^2$ | Quadratschreibweise: $(x - \frac{3}{8})^2$ |
| quadratische Ergänzung: $(\sqrt{2})^2$ | Quadratschreibweise: $(x + \sqrt{2})^2$ |
-
- | | |
|---|-------------------------|
| 15. a) $x = -5 \vee x = -3$ | b) $x = -5 \vee x = 3$ |
| c) $x = -1 - \sqrt{26} \vee x = -1 + \sqrt{26}$ | d) $x = -2 \vee x = 10$ |
-
- | | |
|---|---|
| 16. a) $x = 1 - \sqrt{2} \vee x = 1 + \sqrt{2}$ | b) $x = -2 - \sqrt{35} \vee x = -2 + \sqrt{35}$ |
| c) unerfüllbar | d) $x = \frac{5}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \vee x = \frac{5}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}$ |
| e) $x = -\frac{4}{3} - \sqrt{\frac{13}{9}} \vee x = -\frac{4}{3} + \sqrt{\frac{13}{9}}$ | f) $x = -\frac{3}{2} \vee x = \frac{2}{3}$ |

5.3.2 Lösungsformel für quadratische Gleichungen

- | | | | |
|----------------------|-------------------|--------------------------|-----------|
| 17. a) $p = -3$ | $q = -4$ | $D = \frac{25}{4} > 0$ | Anzahl: 2 |
| b) $p = -6$ | $q = 9$ | $D = 0$ | Anzahl: 1 |
| c) $p = 0$ | $q = -11$ | $D = 11 > 0$ | Anzahl: 2 |
| d) $p = 3$ | $q = 3$ | $D = -\frac{3}{4} < 0$ | Anzahl: 0 |
| e) $p = 7$ | $q = 0$ | $D = \frac{49}{4} > 0$ | Anzahl: 2 |
| f) $p = 4$ | $q = 4$ | $D = 0$ | Anzahl: 1 |
| g) $p = \frac{1}{4}$ | $q = \frac{1}{2}$ | $D = -\frac{31}{64} < 0$ | Anzahl: 0 |
-
- | | | | | |
|----------------------|--------------------|--------------------------|--|--|
| 18. a) $p = 14$ | $q = 39$ | $D = 10 > 0$ | $x_1 = -7 - \sqrt{10}$ | $x_2 = -7 + \sqrt{10}$ |
| b) $p = -20$ | $q = -69$ | $D = 169$ | $x_1 = -23$ | $x_2 = 3$ |
| c) $p = -12$ | $q = 31$ | $D = 5 > 0$ | $x_1 = 6 - \sqrt{5}$ | $x_2 = 6 + \sqrt{5}$ |
| d) $p = \frac{4}{3}$ | $q = -1$ | $D = \frac{13}{9} > 0$ | $x_1 = -\frac{2}{3} - \sqrt{\frac{13}{9}}$ | $x_2 = -\frac{2}{3} + \sqrt{\frac{13}{9}}$ |
| e) $p = \frac{3}{5}$ | $q = -\frac{2}{5}$ | $D = \frac{49}{100} > 0$ | $x_1 = -1$ | $x_2 = \frac{2}{5}$ |

5.3.3 Lösungsformel für quadratische Gleichungen

19. a) $p = -1$ $q = -\frac{19}{4}$ $D = 5 > 0$ Anzahl: 2

b) $p = \frac{4}{3}$ $q = \frac{2}{3}$ $D = -\frac{2}{9} < 0$ Anzahl: 0

20. a) $x = -\sqrt{5} \vee x = +\sqrt{5}$

b) $x = -\frac{8}{5} \vee x = 0$

c) $x = -3 \vee x = -2$

d) $x = -6 \vee x = -4$

e) $x = -3 \vee x = 2$

f) $x = -1 \vee x = 1$

g) $x = 0 \vee x = \frac{1}{2}$

h) $x = -8 \vee x = -6$

i) unerfüllbar

j) $x = -1,5 \vee x = 2,4$

k) unerfüllbar

l) $x = -\frac{1}{3} - \sqrt{\frac{7}{9}} \vee x = -\frac{1}{3} + \sqrt{\frac{7}{9}}$

m) $x = \frac{1}{3} - \sqrt{\frac{11}{18}} \vee x = \frac{1}{3} + \sqrt{\frac{11}{18}}$

n) $x = -\frac{2}{3} \vee x = \frac{4}{5}$

5.3.4 Vermischte Aufgaben zu quadratische Gleichungen

21. a) $x = 1 \vee x = -3$

b) unerfüllbar

c) unerfüllbar

d) $x = -\frac{1}{3} \vee x = +\frac{1}{3}$

e) $x = \frac{3}{2}$

f) $x = \frac{11}{4}$

5.4 Gleichungen höheren Grades**5.4.1 Polynomdivision**

22. a) $x^2 + 2x + 3$

b) $x^2 + 2x + 3$

c) $x^2 + x - 2$

d) $2x^2 - x - 3$

5.4.2 Lösung von Gleichungen höheren Grades mithilfe der Faktorisierung

23. a) $L = \{-4; -2; 0\}$

b) $L = \{0; 2; 7\}$

c) $L = \{-4; -1; 0\}$

d) $L = \{-4; 0; 3\}$

24. a) $L = \{-3; 0; 3\}$

b) $L = \{0; 1\}$

c) $L = \{0; 3\}$

d) $L = \{-3; 0; 7\}$

e) $L = \{-4; 0; 2\}$

f) $L = \{-5; 0; 5\}$

g) $L = \{-16; 0\}$

h) $L = \{0\}$

25. a) Linearfaktor: $(x - 1)$ Ergebnis der Polynomdivision: $x^2 - 3x + 2$
 b) Linearfaktor: $(x - 2)$ Ergebnis der Polynomdivision: $3x^2 + x + 1$
 c) Linearfaktor: $(x + 1)$ Ergebnis der Polynomdivision: $2x^2 - 2x + 1$
 d) Linearfaktor: $(x - 0,5)$ Ergebnis der Polynomdivision: $2x^2 + 4x + 2$
26. a) Lösung durch Probieren: -1 Linearfaktor: $(x + 1)$
 Polynomdivision: $(x^3 - 5x^2 - 2x + 24) : (x + 1) = x^2 + x - 6$
 Faktorisierung Restpolynom: $x^2 + x - 6 = (x + 3) \cdot (x - 2)$
 Faktorierte Gleichung: $(x + 1) \cdot (x + 3) \cdot (x - 2) = 0$
 Lösungsmenge: $L = \{ -3 ; -1 ; 2 \}$
- b) Lösung durch Probieren: -2 Linearfaktor: $(x + 2)$
 Polynomdivision: $(x^3 - 5x^2 - 2x + 24) : (x + 2) = x^2 - 7x + 12$
 Faktorisierung Restpolynom: $x^2 - 7x + 12 = (x - 3) \cdot (x - 4)$
 Faktorierte Gleichung: $(x + 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - 4) = 0$
 Lösungsmenge: $L = \{ -2 ; 3 ; 4 \}$
- c) Lösung durch Probieren: 2 Linearfaktor: $(x - 2)$
 Polynomdivision: $(x^3 + 2x^2 - 4x - 8) : (x - 2) = x^2 + 4x + 4$
 Faktorisierung Restpolynom: $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$
 Faktorierte Gleichung: $(x - 2) \cdot (x + 2)^2 = 0$
 Lösungsmenge: $L = \{ -2 ; 2 \}$
- d) Erste Faktorisierung: $x^4 - 2x^3 - 13x^2 - 10x = x \cdot (x^3 - 2x^2 - 13x - 10)$
 Verbleibende Gleichung: $x^3 - 2x^2 - 13x - 10 = 0$
 Lösung durch Probieren: -1 Linearfaktor: $(x + 1)$
 Polynomdivision: $(x^3 - 2x^2 - 13x - 10) : (x + 1) = x^2 - 3x - 10$
 Faktorisierung Restpolynom: $x^2 - 3x - 10 = (x + 2) \cdot (x - 5)$
 Faktorierte Gleichung: $x \cdot (x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x - 5) = 0$
 Lösungsmenge: $L = \{ -2 ; -1 ; 0 ; 5 \}$

Lösungen Kapitel 6

6.1 Gleichungssysteme mit 2 Variablen

6.1.1 Graphische Darstellung

1. a) $X(3 \mid 0)$, $Y(0 \mid 3)$ b) $X(12 \mid 0)$, $Y(0 \mid 6)$
 c) $X(6 \mid 0)$, $Y(0 \mid -4)$
2. a) $X_a(2 \mid 0)$, $Y_a(0 \mid 2)$ b) $X_b(4 \mid 0)$, $Y_b(0 \mid -3)$
 c) $X_c(-1 \mid 0)$, $Y_c(0 \mid -2)$ c) $X_d(-1 \mid 0)$, $Y_d(0 \mid 2)$
3. a) $2x + y = 6$ $(0 \mid -6)$ $(1 \mid 4)$ $(-1 \mid 8)$ $(0,5 \mid -5)$ $(1,5 \mid 3)$
 b) $-x + 2y = -3$ $(0 \mid 0)$ $(0 \mid -3)$ $(-3 \mid 0)$ $(3 \mid 0)$ $(-3 \mid -3)$
 c) $3x + 5y = 10$ $(0 \mid 2)$ $(10 \mid -8)$ $(5 \mid -1)$ $(15 \mid 7)$ $(\frac{5}{3} \mid 1)$

6.1.2 Zeichnerische Lösung linearer Gleichungssysteme

4. a) $X_g(1 \mid 0)$, $Y_g(0 \mid 1)$ $X_h(-3 \mid 0)$, $Y_h(0 \mid 3)$
 Schnittpunkt: $S(-1 \mid 2)$ Lösungen: $x = -1$; $y = 2$
- b) $X_g(\frac{2}{3} \mid 0)$, $Y_g(0 \mid -2)$ $X_h(2 \mid 0)$, $Y_h(0 \mid 2)$
 Schnittpunkt: $S(1 \mid 1)$ Lösungen: $x = 1$; $y = 1$
- c) $X_g(\frac{1}{2} \mid 0)$, $Y_g(0 \mid 1)$ $X_h(3 \mid 0)$, $Y_h(0 \mid -\frac{3}{2})$
 Schnittpunkt: $S(1 \mid -1)$ Lösungen: $x = 1$; $y = -1$
5. a) gestrichen: $(3 \mid 0)$ b) gestrichen: $(3 \mid 10)$
 c) gestrichen: $(9 \mid 3)$ d) gestrichen: $(-1 \mid 3)$
6. a) $L = \{(5 \mid 3)\}$ b) $L = \{(-1 \mid 6)\}$
 c) $L = \{(0 \mid 2)\}$

6.1.3 Das Gleichsetzungsverfahren

7. a) $L = \{(7 \mid 20)\}$ b) $L = \{(8 \mid 3)\}$
 c) $L = \{(-4 \mid -2)\}$
8. $x = 8$; $y = 2$

6.1.6 Allgemeingültige und unlösbare Systeme

17. unlösbar

18. allgemeingültig

19. a) allgemeingültig

b) unlösbar

c) allgemeingültig

6.2 Gleichungssysteme mit 3 Variablen20. Das Zahlentripel $(1 \mid -2 \mid 2)$ erfüllt nur das System a) .

$$21. a) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -3 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases} \quad \begin{array}{|l} (1 \mid -2 \mid 2) \\ \hline \cancel{(-2 \mid 2 \mid 1)} \\ \hline \cancel{(0 \mid 3 \mid 9)} \end{array}$$

$$b) \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases} \quad \begin{array}{|l} \cancel{(1 \mid 0 \mid 0)} \\ \hline \cancel{(4 \mid 2 \mid 7)} \\ \hline (0 \mid -\frac{2}{3} \mid -\frac{2}{3}) \end{array}$$

$$c) \begin{cases} x_1 - 5x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 2 \end{cases} \quad \begin{array}{|l} \cancel{(4 \mid 0 \mid -1)} \\ \hline (1 \mid 3 \mid 2) \\ \hline (12 \mid -41 \mid -31) \end{array}$$

22. a) $(-1 \mid -1 \mid 3)$ b) $(2 \mid -7 \mid 4)$ c) $(-\frac{10}{3} \mid 3 \mid 2)$

$$23. a) \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \text{ III} - \text{I} \quad \left| \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right) \text{ III} + \text{II} \quad \left| \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{array} \right) \right.$$

Als eindeutige Lösung ergibt sich: $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\text{b) } \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & 4 & 0 \\ 2 & -4 & 2 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \text{II} - \text{I} \\ \text{III} + 2 \cdot \text{I} \end{array} \left| \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -4 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 6 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ 2 \cdot \text{III} - \text{II} \end{array} \right| \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \end{array} \right)$$

$$\text{Als eindeutige Lösung ergibt sich: } \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{c) } \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 3 & -17 \\ 2 & -1 & -1 & -8 \\ 1 & -1 & 3 & -7 \end{array} \right) \begin{array}{l} 3 \cdot \text{II} - 2 \cdot \text{I} \\ 3 \cdot \text{III} - \text{I} \end{array} \left| \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 3 & -17 \\ 0 & -1 & -9 & 10 \\ 0 & -2 & 6 & -4 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \text{III} - 2 \cdot \text{II} \end{array} \right| \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 3 & -17 \\ 0 & -1 & -9 & 10 \\ 0 & 0 & 24 & -24 \end{array} \right)$$

$$\text{Als eindeutige Lösung ergibt sich: } \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{d) } \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 1 & 7 \\ 3 & 2 & 4 & -1 \\ 2 & 5 & 4 & 4 \end{array} \right) \begin{array}{l} \text{II} - 3 \cdot \text{I} \\ \text{III} - 2 \cdot \text{I} \end{array} \left| \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & -10 & 1 & -22 \\ 0 & -3 & 2 & -10 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \text{III} - 2 \cdot \text{II} \end{array} \right| \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 1 & 7 \\ 0 & -10 & 1 & -22 \\ 0 & 17 & 0 & 34 \end{array} \right)$$

$$\text{Als eindeutige Lösung ergibt sich: } \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

$$\text{e) } \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -6 & -2 & -2 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \\ -5 & 8 & 2 & 4 \end{array} \right) \begin{array}{l} 3 \cdot \text{II} - 2 \cdot \text{I} \\ 3 \cdot \text{III} + 5 \cdot \text{I} \end{array} \left| \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -6 & -2 & -2 \\ 0 & 24 & 13 & 7 \\ 0 & -6 & -4 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ 4 \cdot \text{III} + \text{II} \end{array} \right| \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -6 & -2 & -2 \\ 0 & 24 & 13 & 7 \\ 0 & 0 & -3 & 15 \end{array} \right)$$

$$\text{Als eindeutige Lösung ergibt sich: } \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

$$\text{f) } \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 16 \\ 5 & 1 & 2 & -1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \text{II} - \text{I} \\ \text{III} - 5 \cdot \text{I} \end{array} \left| \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 14 \\ 0 & 6 & -3 & -11 \end{array} \right) \right.$$

$$\text{Als eindeutige Lösung ergibt sich: } \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11/3 \\ -16/3 \\ -7 \end{pmatrix}.$$