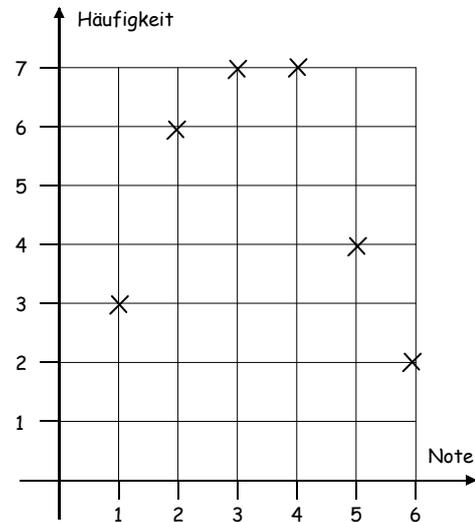
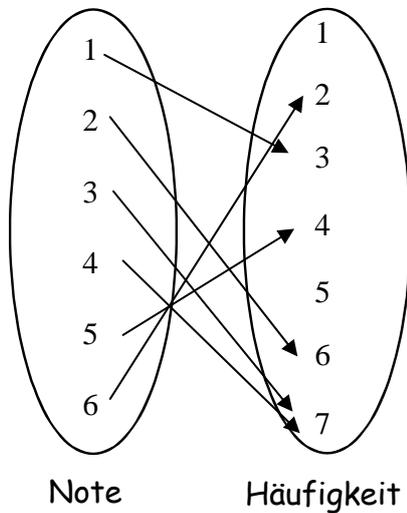


## Lösungen Kapitel 7

### 7.1 Funktionen als eindeutige Zuordnungen

1. a)



b) Funktion: jeder Note wird genau eine Häufigkeit zugeordnet.

2. Porto:  $(15 \mid 0,80)$  ,  $(20,5 \mid 0,95)$  ,  $(99,5 \mid 1,55)$  ,  $(100 \mid 1,55)$  ,  $(275 \mid 1,55)$  ,  
 $(877 \mid 2,70)$

3. a) Funktion: jedem Schüler wird eindeutig ein Wunschpreis zugeordnet.

b) Auf ein Element der Zielmenge (T-Shirt) weist kein Pfeil.

Auf ein Element der Zielmenge (Musik-CD) weisen zwei Pfeile.

4. a) Funktion

b) Funktion

c) keine Funktion

d) Funktion

e) keine Funktion

f) Funktion

g) Funktion

h) keine Funktion

i) Funktion

j) Funktion

### 7.2 Funktionsvorschrift und -gleichung

5. a) Funktionsvorschrift:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ,  $x \mapsto 3x - 1$

Funktionsgleichung:  $y = 3x - 1$

b) Wortform: Jeder Zahl wird das Doppelte ihres Quadrats zugeordnet.

Funktionsgleichung:  $y = 2x^2$

c) Wortform: Jeder Zahl wird die um 1 erhöhte Gegenzahl zugeordnet.

Funktionsvorschrift:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ,  $x \mapsto -x + 1$

6. a)  $x \mapsto \frac{1}{3}x^2$  ,  $y = \frac{1}{3}x^2$

b)  $x \mapsto -x - 5$  ,  $y = -x - 5$

c)  $x \mapsto -\frac{1}{2}x^2$  ,  $y = -\frac{1}{2}x^2$

d)  $x \mapsto (x+3)^2$  ,  $y = (x+3)^2$

e)  $x \mapsto x^2 + 3$  ,  $y = x^2 + 3$

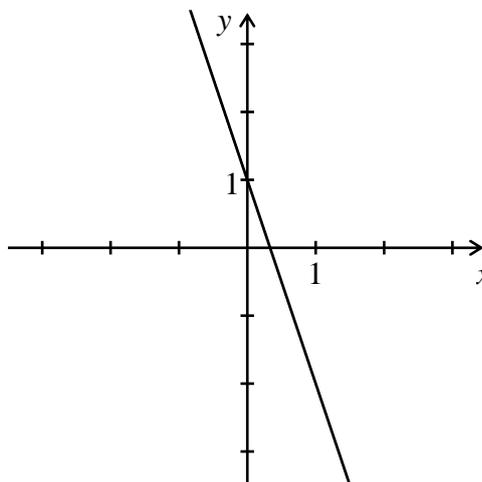
**7.3 Funktionswerte berechnen**

7. a) 21 ; -1      b) -9 ; 1,5      c) -2 ; 13      d) -2 ; 0

**7.4 Der Graph einer Funktion**

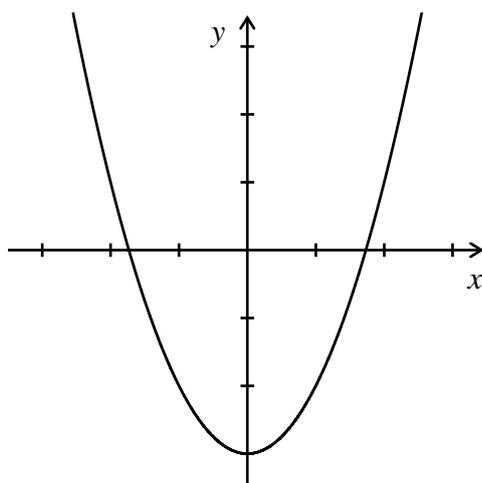
8.

$x$	$y$
-1,5	5,5
-1	4
-0,5	2,5
0	1
0,5	-0,5
1	-2
2	-5



9.

$x$	$y$
-3	6
-2	1
-1	-2
0	-3
1	-2
2	1
3	6



10. a) Funktion      b) keine Funktion      c) keine Funktion  
 d) Funktion      e) Funktion      f) keine Funktion

11. a) wahr      b) falsch      c) wahr      d) falsch

**7.5 Auswerten von Funktionsgraphen**

12.	$x$	-3	-2	-1	1	2,5	3	3,5
	$f(x)$	-1	1	2	3	3,75	4	4,4

13. 

$x$	<b>9</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>-0,6</b>	<b>-1</b>
$f(x)$	1	2	3	4	5	6

14. 

$x$	-3	-2	-1,5	0,5	<b>1</b>	<b>3</b>
$y$	<b>-0,5</b>	-1	-2	<b>0,75</b>	0,5	0,25

15. a)
  - $x = 3$  oder  $x = 6,5$
  - $x = 0$  oder  $x = 8$
  - $x = 11$
  - keine Stelle, es gilt  $f(x) \neq 0$
 b)
  - $x = 1,5$  oder  $x = 7$
  - $x = 9,5$
  - $x = 14$
 c)  $y_{\min} = 1$  ( $f(14) = 1$ ) ;  $y_{\max} = 9$  ( $f(6) = 9$ )

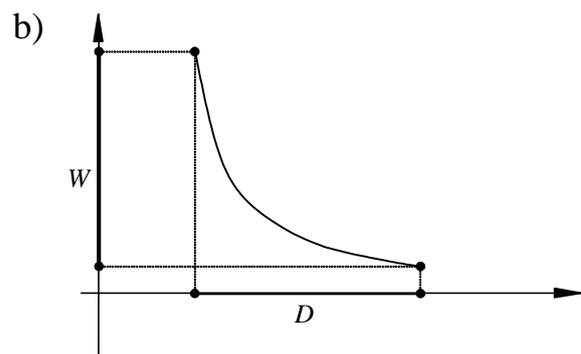
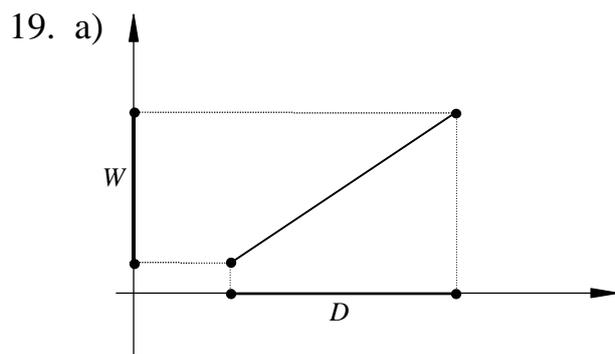
### 7.6 Punktprobe

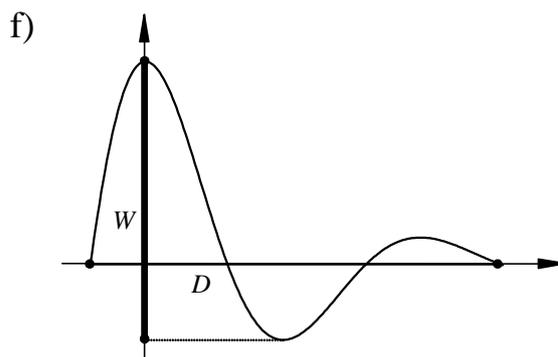
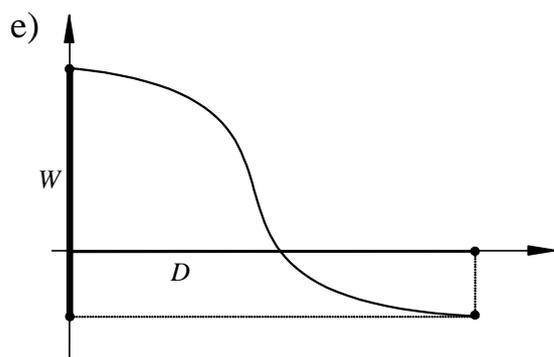
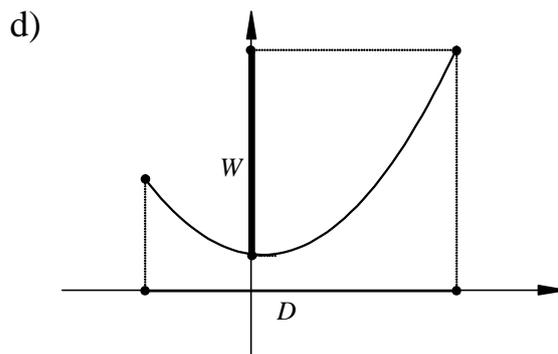
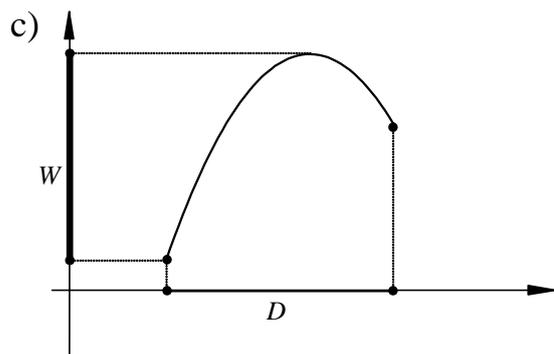
16. a) A ja , B nein  
 b) C nein:  $f(-8) = -\frac{1}{2} \cdot (-8)^2 + 4 = -\frac{1}{2} \cdot 64 + 4 = -32 + 4 = -28 \neq -30$

17. A nein, gemäß Graph  
 C ja :  $f(-4) = 7$   
 B ja, gemäß Graph  
 D nein :  $f(11) = -15,5 \neq -15$

18. a) A nein:  $f(-11) = 21 \neq -23$   
 B ja:  $f(18) = -37$   
 c) A nein:  $f(12) = 6,75 \neq 6$   
 B ja:  $f(-12) = -11,25$   
 b) A nein:  $f(-16) = 19 \neq -19$   
 B nein:  $f(8) = -11 \neq -9$   
 d) A nein:  $f(-1) = -7 \neq -1$   
 B ja:  $f(1) = -3$

### 7.7 Graphische Bestimmung der Wertemenge





20. a)  $]-\infty ; 3]$

b)  $[0 ; 2]$

c)  $[-1,5 ; 1,5]$

d)  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

### 7.8 Graphische Bestimmung der Wertemenge

21. a)  $x$ -Achse:  $N(1,5 | 0)$

b)  $x$ -Achse:  $N_1(-2 | 0)$  ,  $N_2(2 | 0)$

$S_y(0 | 2)$

$S_y(0 | -4)$

c)  $x$ -Achse:  $N(-2 | 0)$

d)  $x$ -Achse:  $N_1(-1 | 0)$  ,  $N_2(0 | 0)$  ,  $N_3(2 | 0)$

$S_y(0 | 2)$

$S_y(0 | 0)$

22. a)  $S_y(0 | -2)$

b)  $S_y(0 | 1)$

$x$ -Achse: keine

$x$ -Achse: keine

c)  $S_y(0 | 4)$

d)  $S_y$ : kein

$x$ -Achse:  $N_1(-1 | 0)$  ,  $N_2(2 | 0)$

$x$ -Achse: keine

## Lösungen Kapitel 8

### 8.1 Gleichungen und Graph

1. ①  $f_1 : y = x$       linear       $m = 1$        $n = 0$
- ②  $f_2 : y = -1$       konstant       $m = 0$        $n = -1$
- ③  $f_3 : y = x^2 - x$       nicht linear
- ④  $f_4 : y = 1 + x$       linear       $m = 1$        $n = 1$
- ⑤  $f_5 : y = \frac{x}{2} - 2$       linear       $m = \frac{1}{2}$        $n = -2$
- ⑥  $f_6 : y = x - \frac{1}{2}$       linear       $m = 1$        $n = -\frac{1}{2}$
- ⑦  $f_7 : y = 9x - 3$       linear       $m = 9$        $n = -3$
- ⑧  $f_8 : y = x^3 + 1$       nicht linear
- ⑨  $f_9 : y = |x| - 2$       nicht linear

2. ① linear      Der Graph ist eine Gerade.
- ② nicht linear      Graph ist keine Gerade.
- ③ nicht linear      Graph ist keine Gerade.
- ④ nicht linear      Graph ist eine Parallele zur  $y$ -Achse.
- ⑤ linear      Graph ist eine Parallele zur  $x$ -Achse (konstante Funktion).
- ⑥ linear      Der Graph ist eine Gerade.

3. *Parallele Geraden:*      ① und ③ ( $m = 0,75$ )      ⑥ und ⑧ ( $m = 1$ )  
    ⑦ und ⑨ ( $m = -0,75$ )

---

- Gleicher Punkt  $y$ -Achse:*      ①, ③, ⑥ und ⑦ ( $n = -5$ )      ②, ④, ⑤ und ⑨ ( $n = 2$ )

4. a)  $f: y = -1$        $g: y = 0,5$        $h: y = 1,5$        $k: y = 2,5$   
     b)  $f: x = -1$        $g: x = 1,5$        $h: x = 2,75$

5. a)  $x = 4$  (oder auch  $x = -4$ )      b)  $y = -3$   
     c)  $x = 0$       d)  $y = -x - 1$   
     e)  $x = -3$       d)  $y = 0,25 \cdot x$   
     f)  $y = 0$

6. a)  $m > 0, n < 0$       b)  $m < 0, n > 0$   
     c)  $m = 0, n < 0$       d)  $m < 0, n < 0$

7. Zutreffend: Länge der Kerze, Umfang des Kreises, Höhe des Wasserspiegels

## 8.2 Steigungsdreiecke

8. a)  $f: y = x$

$g: y = -\frac{1}{2}x + 2$

$h: y = 2x - 3$

b)  $f: y = \frac{5}{2}x - 3$

$g: y = -3,5x + 1$

$h: y = -\frac{1}{3}x - 2$

9. a)  $m = 2 \quad S_y(0 \mid -3)$

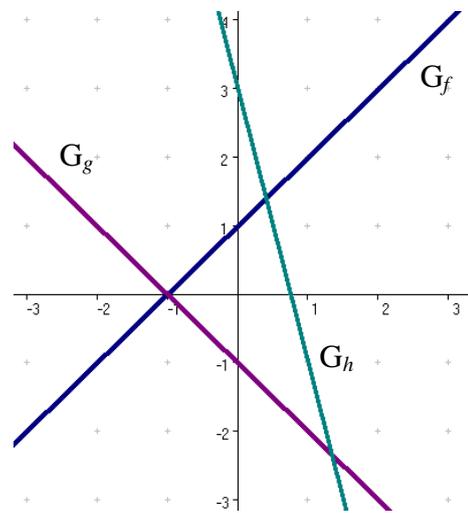
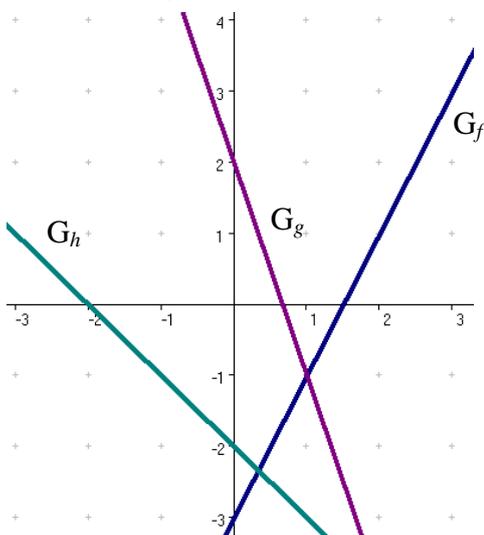
b)  $m = -3 \quad S_y(0 \mid 2)$

c)  $m = -1 \quad S_y(0 \mid -2)$

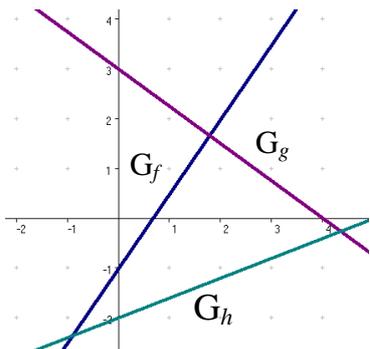
d)  $m = 1 \quad S_y(0 \mid 1)$

e)  $m = -1 \quad S_y(0 \mid -1)$

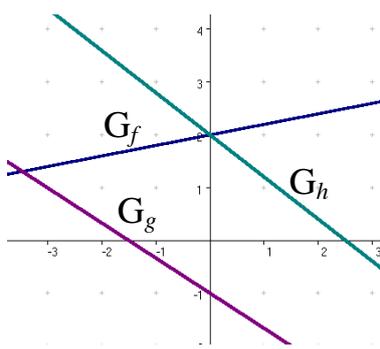
f)  $m = -4 \quad S_y(0 \mid 3)$



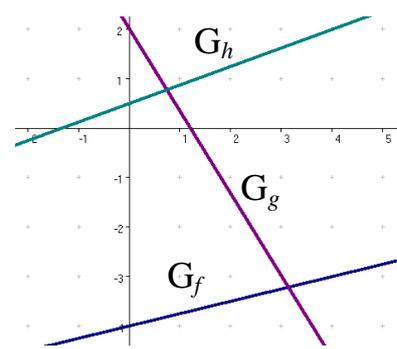
10. a) b) c)



d) e) f)



g) h) i)

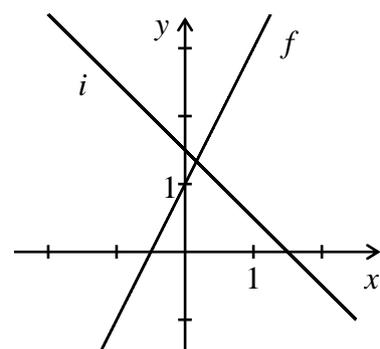


11. Abgebildet sind die Graphen von:

$h: y = 0,5x + 0,5$  und  $g: y = -x + 3$

Gezeichnet rechts sind die Graphen von

$f: y = 2x + 1$  und  $i: y = -x + 1,5$



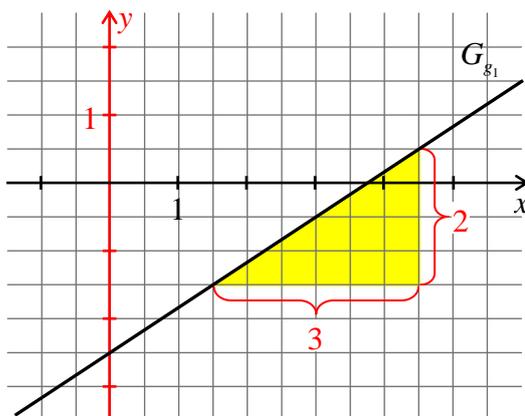
12. a)  $f: y = -x$   
 $g: y = \frac{1}{3}x + 1$   
 $h: x = 2$   
 $k: y = -2,75$

b)  $f: y = 3x$   
 $g: y = -2x + 1$   
 $h: y = 2$   
 $k: x = -2,5$

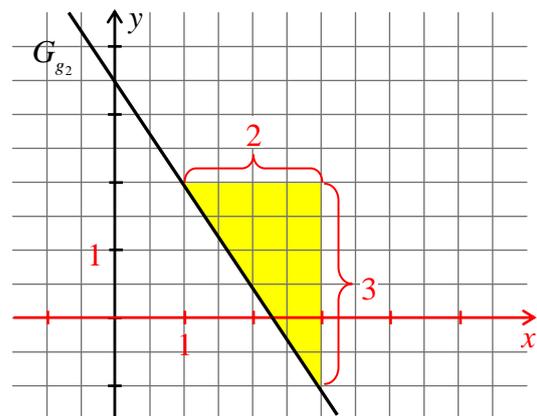
13. a)  $y = \frac{5}{4}x + 1$   
 c)  $y = \frac{2}{3}x - 3$

b)  $y = -\frac{2}{3}x + 4$

14.



Steigung:  $m_1 = \frac{2}{3}$



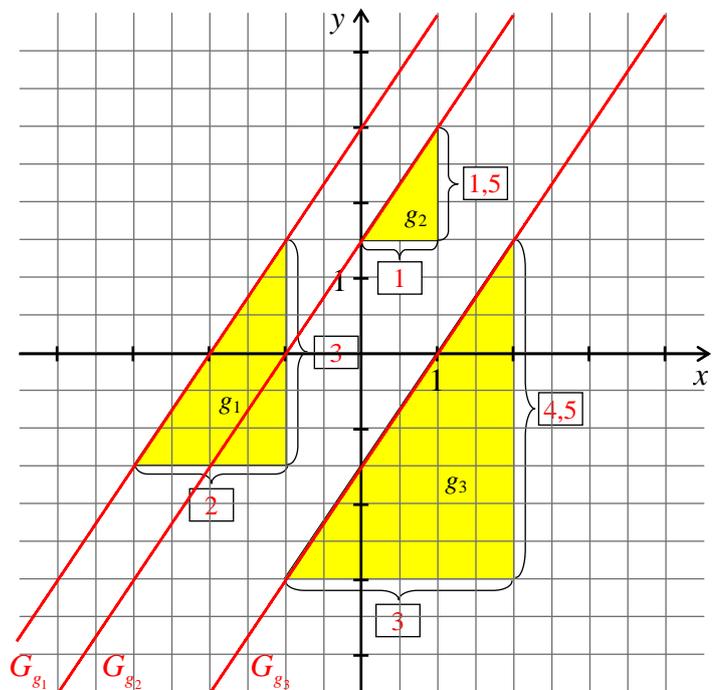
Steigung:  $m_2 = -\frac{3}{2}$

15. a)  $m_1 = m_2 = m_3 = \frac{3}{2} = 1,5$

b) Die Geraden verlaufen parallel.

c)  $n_1 = 3$  ;  $n_2 = 1,5$  ;  
 $n_3 = -1,5$

d)  $g_1: y = 1,5x + 3$   
 $g_2: y = 1,5x + 1,5$   
 $g_3: y = 1,5x - 1,5$





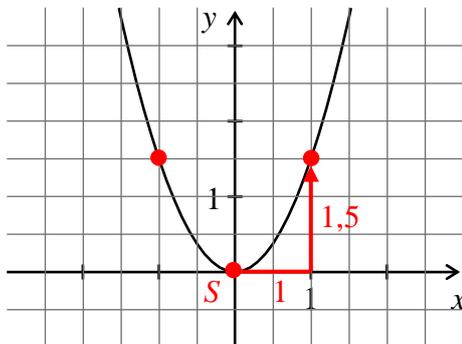


4. a)  $G_1: y = x^2 + 3$        $G_2: y = x^2 + 0,5$        $G_3: y = x^2 - 2,5$   
 b)  $G_1: y = (x + 2)^2$        $G_2: y = (x + 0,5)^2$        $G_3: y = (x - 1,5)^2$
5. a)  $y = (x - 3)^2$        $S(3 | 0)$       b)  $y = x^2 - 2,5$        $S(0 | -2,5)$   
 c)  $y = x^2 + 6$        $S(0 | 6)$       d)  $y = (x + 0,5)^2$        $S(-0,5 | 0)$
6. a)  $y = x^2 - 5$     b)  $y = (x + 4,5)^2$     c)  $y = (x - 1,5)^2$     d)  $y = x^2 + 3,5$

### 9.3 Streckung und Stauchung der Normalparabel

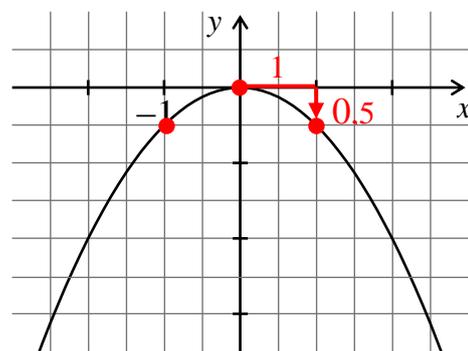
7. a) gestreckt , nach unten      b) gestreckt , nach oben  
 c) gestaucht , nach oben      d) gestreckt , nach unten

8.



$$a = 1,5$$

1 nach rechts  
1,5 nach oben



$$a = -0,5$$

1 nach rechts  
0,5 nach unten

Gehe vom Scheitelpunkt eine Einheit nach rechts und dann

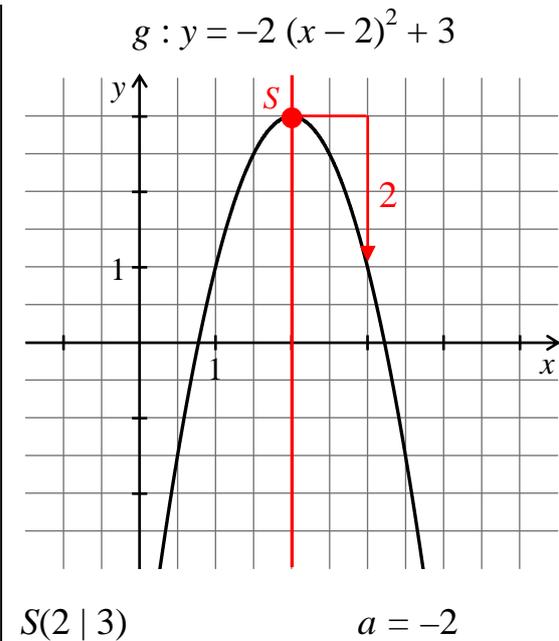
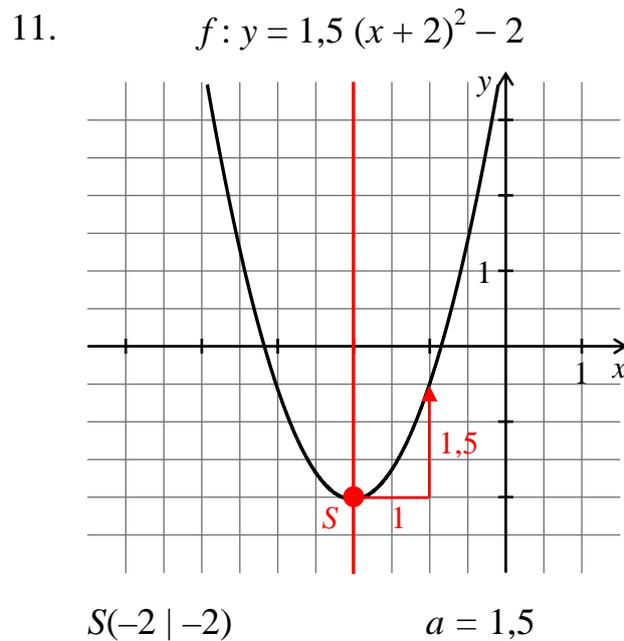
- $a$  Einheiten nach oben, wenn  $a > 0$  ist,
- $|a|$  Einheiten nach unten, wenn  $a < 0$  ist,

9. a)  $f(x) = 0,5 x^2$      $g(x) = -2 x^2$       |    b)  $f(x) = 0,75 x^2$      $g(x) = -1,5 x^2$

### 9.4 Darstellungsformen quadratischer Funktionen

#### 9.4.1 Darstellung in der Scheitelform

10. a)  $S(1 | -3)$       b)  $S(3 | 8)$       c)  $S(-2 | 19)$       d)  $S(-1 | -1)$   
 $a = 2$                        $a = -0,5$                        $a = -4$                        $a = -1$   
 nach oben                      nach unten                      nach unten                      nach unten

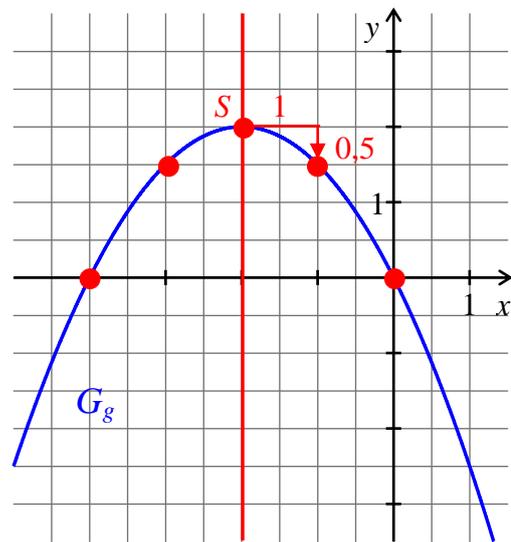
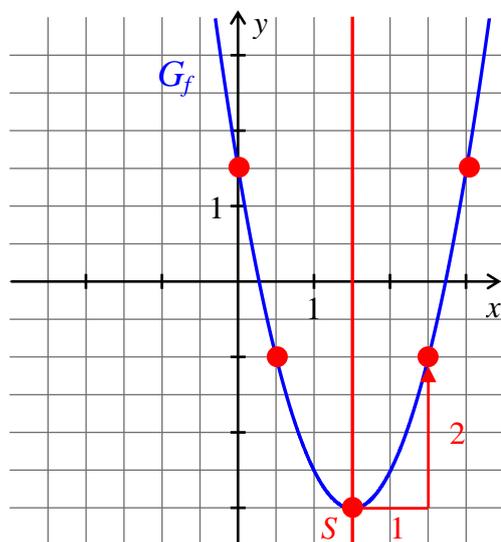


12. a)  $y = \frac{1}{2} \cdot (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{3}{2}$

b)  $y = -\frac{3}{2} \cdot (x - \frac{3}{2})^2 + \frac{5}{2}$

13. a)  $f: y = 2 \cdot (x - 1,5)^2 - 3$   
 $S(1,5 | -3)$                        $a = 2$   
 $f(0) = 2 \cdot (0 - 1,5)^2 - 3 = 1,5$

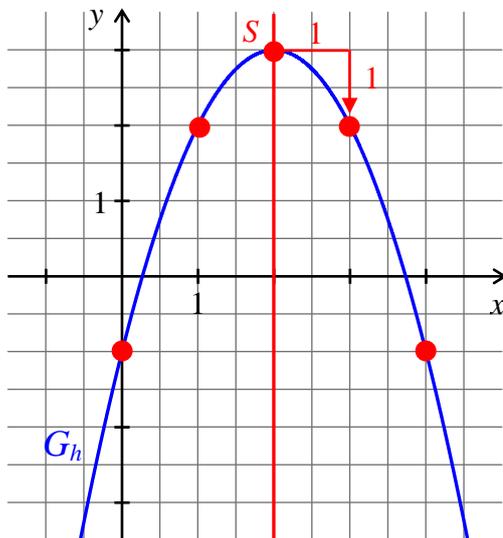
b)  $g: y = -0,5 \cdot (x + 2)^2 + 2$   
 $S(-2 | 2)$                        $a = -0,5$   
 $g(0) = -0,5 \cdot (0 + 2)^2 + 2 = 0$



c)  $h: y = -(x-2)^2 + 3$

$S(2 | 3) \quad a = -1$

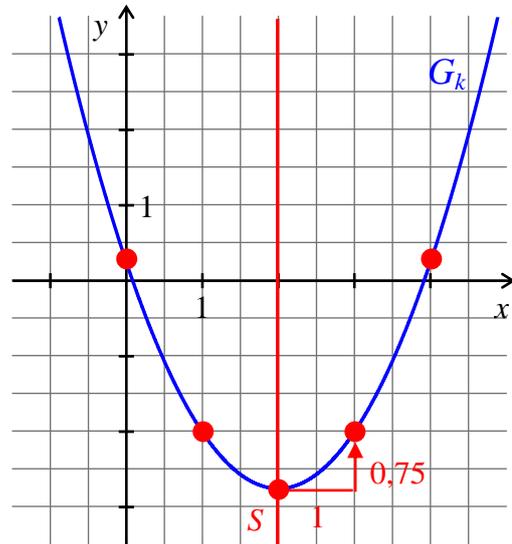
$h(0) = -(0-2)^2 + 3 = -1$



d)  $k: y = \frac{3}{4} \cdot (x-2)^2 - \frac{11}{4}$

$S(2 | -\frac{11}{4}) \quad a = \frac{3}{4}$

$k(0) = \frac{3}{4} \cdot (0-2)^2 - \frac{11}{4} = \frac{1}{4}$



14.	$a > 0$ <input type="checkbox"/>	$a < 0$ <input checked="" type="checkbox"/>	$x_S > 0$ <input type="checkbox"/>	$x_S < 0$ <input type="checkbox"/>	$y_S > 0$ <input checked="" type="checkbox"/>	$y_S < 0$ <input type="checkbox"/>
-----	-------------------------------------	--	---------------------------------------	---------------------------------------	--	---------------------------------------

15.	$a_3 < a_1 < a_2 < a_4$	$c_2 < c_3 < c_4 < c_1$
-----	-------------------------	-------------------------

16.  $p_1: y = \frac{1}{2} (x-1)^2 + 3$  (um 5 nach oben verschoben)

17.  $p_1: y = 2(x+3)^2 - 1$  oder  $y = 2(x+5)^2 - 1$   
(um 5 oder 7 nach links verschoben)

18. a)  $y = 2(x-3)^2 + 5$

$S(3 | 5)$

c)  $y = 7(x-5)^2$

$S(5 | 0)$

e)  $y = -(x - \frac{3}{2})^2 + 4$

$S(1,5 | 4)$

b)  $y = 3(x+1)^2 - 4$

$S(-1 | -4)$

d)  $y = -4(x+2)^2 + 19$

$S(-2 | 19)$

f)  $y = -\frac{2}{3} (x-1)^2 - \frac{7}{3}$

$S(1 | -\frac{7}{3})$

19.	$y = x^2 + 6x + 5$	Scheitelstelle: $x_S = -6 : (2 \cdot 1) = -3$	Funktion: $h$
	$y = x^2 - 2x - 5$	Scheitelstelle: $x_S = -(-2) : (2 \cdot 1) = 1$	Funktion: $f$
	$y = x^2 + x - 1,75$	Scheitelstelle: $x_S = -1 : (2 \cdot 1) = -0,5$	Funktion: $g$



26. a) Faktorisierung:  $y = 2(x + 2)(x - 1)$

Nullstellen:  $x_1 = -2 \quad x_2 = 1$

Scheitelstelle:  $x_S = -0,5$

Scheitelwert:  $y_S = -4,5$

b) Faktorisierung:  $y = -0,5(x - 2)(x + 3)$

Nullstellen:  $x_1 = -3 \quad x_2 = 2$

Scheitelstelle:  $x_S = -0,5$

Scheitelwert:  $y_S = \frac{25}{8}$

**9.4.3 Übersicht über die verschiedenen Parabelgleichungen**

27. a) Scheitelpunkt:  $S(-6 | 3)$

oberhalb  $x$ -Achsenach oben geöffnet, Scheitel über  $x$ -Achse

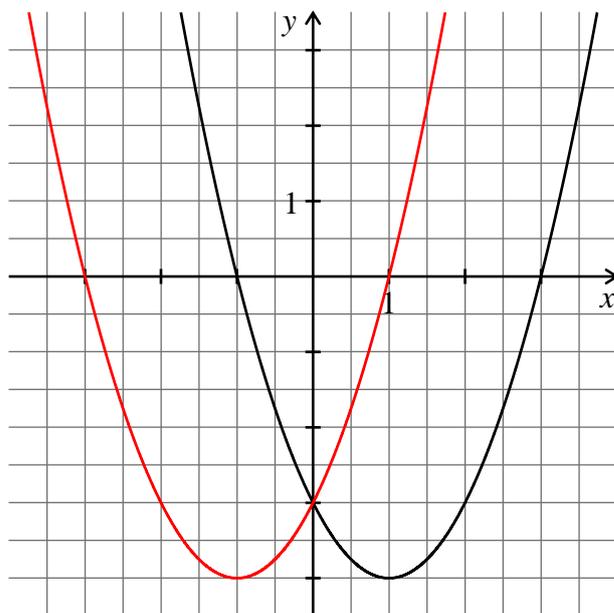
b) Scheitelpunkt:  $S(-\frac{1}{2} | -\frac{5}{4})$

unterhalb  $x$ -Achsenach unten geöffnet, Scheitel unter  $x$ -Achse

c) Scheitelpunkt:  $S(\frac{3}{4} | 0,5)$

oberhalb  $x$ -Achsenach oben geöffnet, Scheitel über  $x$ -Achse

28.



$y = (x-1)(x+3) = x^2 + 2x - 3$

$y = (x-1)^2 - 4 = x^2 - 2x - 3$

$y = x^2 + 2x - 3 =$

$y = (x+1)^2 - 4 = x^2 + 2x - 3$

$y = x^2 - 2x - 3 =$

$y = (x+1)(x-3) = x^2 - 2x - 3$

29. Zuordnungen: a)  $\rightarrow$  ④      b)  $\rightarrow$  ③      c)  $\rightarrow$  ②      d)  $\rightarrow$  ①

30. Zuordnungen:

①  $\rightarrow$  E      ②  $\rightarrow$  C      ③  $\rightarrow$  B      ④  $\rightarrow$  J

⑤  $\rightarrow$  I      ⑥  $\rightarrow$  G      ⑦  $\rightarrow$  H      ⑧  $\rightarrow$  D

31. a)  $y = (x + 2)(x - 4)$       b)  $y = 2(x - 3)^2 - 8$       c)  $y = -(x + 1,5)^2$

d)  $y = -2(x + 2)^2$       e)  $y = 0,5x(x - 6)$

**9.5 Schnittpunkte bei Parabeln****9.5.1 Schnitt einer Parabel mit einer Geraden**

32. a) Zwei Schnittpunkte:  $P(-2 | 4)$  und  $Q(1 | 1)$   
b) Berührungspunkt:  $B(2 | 0)$   
c) Kein gemeinsamer Punkt
33. a) Zwei Schnittstellen:  $x_1 = -1$  ;  $x_2 = 0$   
b) Eine gemeinsame Stelle:  $x_1 = x_2 = -1$
34. a) Zwei Schnittpunkte:  $P(-2 | 0)$  und  $Q(4 | 6)$   
b) Kein gemeinsamer Punkt

**9.5.2 Schnitt zweier Parabeln**

35. a) Zwei Schnittpunkte:  $P(0 | 1)$  und  $Q(3 | -2)$   
b) Ein Schnittpunkt:  $P(-1 | 1)$
36. a) Keine gemeinsame Stelle  
b) Berührungspunktstelle:  $x_1 = x_2 = -5$   
c) Zwei Schnittstellen:  $x_1 = -9$  ;  $x_2 = 5$

## Lösungen Kapitel 10

### 10.1 Potenzfunktionen mit positiven Exponenten

1. ①  $n = 4$                       ②  $n = 3$                       ③  $n = 5$                       ④  $n = 2$
2. a)  $n = 5$ , denn  $2^5 = 64$        $n = 4$ , denn  $(-2)^4 = 81$        $n = 3$ , denn  $(-2)^3 = -8$   
 b)  $f(x) = x^4$ ,                       $f(x) = x^3$ ,                       $f(x) = x^{10}$ ,  
     denn  $5^4 = 625$                       denn  $(-3)^3 = -27$                       denn  $(-\sqrt{2})^{10} = 32$

### 10.2 Die Kehrwertfunktion

3. a) Eine Division durch null ist nicht definiert.  
 b) Der Zähler der Kehrwertfunktion kann nicht null werden.  
 c) Alle Werte außer null kommen als Funktionswerte vor.
4. Der Graph ...

<input type="checkbox"/> ... ist eine Parabel.	<input type="checkbox"/> ... verläuft durch $(-1   1)$ .
<input checked="" type="checkbox"/> ... ist symmetrisch zum Ursprung.	<input checked="" type="checkbox"/> ... ist eine Hyperbel.
<input type="checkbox"/> ... ist eine Gerade.	<input checked="" type="checkbox"/> ... verläuft durch $(-1   -1)$ .
<input type="checkbox"/> ... ist symmetrisch zur y-Achse.	<input checked="" type="checkbox"/> ... besteht aus zwei Ästen.

### 10.3 Potenzfunktionen mit negativen Exponenten

5. ①  $n = 3$                       ②  $n = 2$                       ③  $n = 4$                       ④  $n = 5$
6. a)  $f(x) = x^{2n}$       b)  $f(x) = x^{2n+1}$       c)  $f(x) = x^{-2n}$       d)  $f(x) = x^{-(2n+1)}$   
     Graph ④                      Graph ①                      Graph ③                      Graph ②
7. Der Graph ...

<input type="checkbox"/> ... ist eine Parabel.	<input type="checkbox"/> ... verläuft durch $(-1   1)$ .
<input type="checkbox"/> ... ist symmetrisch zum Ursprung.	<input checked="" type="checkbox"/> ... ist eine Hyperbel.
<input checked="" type="checkbox"/> ... verläuft durch $(1   1)$ .	<input type="checkbox"/> ... verläuft durch $(-1   -1)$ .
<input type="checkbox"/> ... ist symmetrisch zur y-Achse.	<input checked="" type="checkbox"/> ... besteht aus zwei Ästen.

8. ①  $n = 3$                       ②  $n = 1$                       ③  $n = 0$                       ④  $n = -1$   
      ⑤  $n = 5$                       ⑥  $n = 4$                       ⑦  $n = -2$                       ⑧  $n = 2$

9. a)  $z = 2 ; a = 2$               b)  $z = -1 ; a = -2$               c)  $z = 0 ; a = 2$   
    d)  $z = 1 ; a = -2$               e)  $z = 3 ; a = 0,5$               f)  $z = -2 ; a = 1$

### 10.4 Die Wurzelfunktion

10. Der Graph ...

<input checked="" type="checkbox"/> ... ist eine gekrümmte Linie.	<input type="checkbox"/> ... verläuft durch $(-1   1)$ .
<input checked="" type="checkbox"/> ... verläuft durch $(1   1)$ .	<input type="checkbox"/> ... ist eine Hyperbel.

11. a)  $y = x^4$ : ⑥      b)  $y = -1$ : ③      c)  $y = x$ : ②      d)  $x = -1$ : ⑧  
    e)  $y = \sqrt{x}$ : ⑤      f)  $y = x^3$ : ①      g)  $y = \frac{1}{x}$ : ④      h)  $y = \frac{1}{x^2}$ : ⑦